

CONTRATTI E TASSI SWAP

FLAVIO ANGELINI

SOMMARIO. In queste note vengono definite, analizzate e valutate le tipologie più comuni di contratti *interest rate swap* e si discute l'importanza che i tassi swap rivestono nel mercato dei tassi di interesse. Il principale strumento di valutazione è il principio di non arbitraggio.

1. DEFINIZIONI

In generale, un contratto swap rappresenta un accordo tra due controparti per scambiare (*to swap*) flussi finanziari futuri in accordo a una regola o formula prestabilita. Tale formula dipende dal valore di una o più variabili. Da questa definizione generica si capisce che esistono diverse tipologie di contratti swap. I più utilizzati sono gli *interest rate swap*. Tra gli altri citiamo i *currency swap* o i *commodity swap*. In queste note ci occuperemo delle tipologie più comuni di interest rate swap (IRS). In particolare, ci occuperemo di contratti che impegnano le due controparti a scambiare per un certo numero di anni un flusso a tasso fisso - la gamba fissa del contratto - con un flusso a tasso variabile con stesso scadenziario - la gamba variabile del contratto. Un contratto così fatto è comunemente usato per convertire un investimento a tasso fisso in uno a tasso variabile o viceversa, o cambiare un indebitamento a tasso fisso in uno a tasso variabile o viceversa.

Il tipo più comune di contratto swap è l'IRS semplice. Nel contratto IRS semplice o *plain vanilla* i flussi a tasso fisso e a tasso variabile sono riferiti ad uno stesso valore facciale fissato. Ne diamo una definizione dettagliata.

Definizione 1.1. *Interest rate swap semplice*

Nel contratto vengono specificati:

- *Il capitale C su cui calcolare gli interessi, detto anche nozionale o principale;*
- *la data del primo fixing t_0 (inizio del contratto) ;*
- *la durata o , in modo equivalente, la data di scadenza del contratto;*

- la periodicità degli scambi τ ; le date degli scambi $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ sono dunque definite da $t_k = t_{k-1} + \tau$, per $k = 1, 2, \dots, n$;
- il tasso nominale annuo fisso r ;
- il tasso di riferimento $i(t, t + \tau)$ dell'indicizzazione.

Nel contratto si può entrare come colui che paga la gamba fissa (detto payer) o come colui che la riceve (receiver) e paga la gamba variabile. Sullo scadenziario $\{t_1, \dots, t_n\}$, il payer riceve il flusso $\{X_1, \dots, X_n\}$, dove

$$(1.1) \quad X_k = C[i(t_{k-1}, t_k) - r](t_k - t_{k-1}) = C[i(t_{k-1}, t_k) - r]\tau.$$

Viene dunque scambiato il differenziale tra parte fissa e parte variabile. L'importo si può considerare con il segno: nel caso sia positivo si riceve, altrimenti si paga tale differenziale. Per il receiver, la (1.1) si deve considerare con il segno opposto. Nel contratto swap può essere inserito uno spread σ da aggiungere al tasso variabile. In tal caso la (1.1) diventa

$$(1.2) \quad X_k = C[i(t_{k-1}, t_k) + \sigma - r]\tau.$$

La periodicità più comune per questi contratti è pari a sei mesi. La convenzione per la misurazione del tempo che intercorre tra due date di scambio viene stabilita nel contratto, ad esempio calcolando i giorni effettivi che intercorrono tra le due date e dividendo per 360 o 365, a seconda della convenzione utilizzata per il tasso. Qui supporremo per semplicità che τ sia una quantità fissa espressa in anni, ad esempio $\tau = 0.5$. Di conseguenza i tassi sono espressi su base annua. Il tasso di riferimento dell'indicizzazione più comune per contratti del mercato europeo è l'EURIBOR, mentre per il mercato internazionale è il LIBOR. Altri tipi di tassi possono essere comunque utilizzati, come il tasso dei titoli del Tesoro di una nazione.

I contratti swap più trattati sul mercato europeo sono contratti (detti EURIRS) per tutte le scadenze annuali da 1 a 12 anni e per le scadenze 15, 20, 25 e 30 anni. Tali contratti hanno periodicità semestrale e tasso di indicizzazione il tasso EURIBOR a sei mesi. Entrare in uno di questi contratti avviene a costo nullo, come nei contratti a termine. Il mercato non quota dunque i contratti, bensì i relativi tassi fissi, i quali vengono detti *tassi swap*. L'insieme dei tassi swap, cioè la struttura per scadenza dei tassi swap, è un oggetto di riferimento per il mercato dei tassi d'interesse, come vedremo in seguito. Il tasso swap relativo a un contratto con scadenza 1 anno e periodicità semestrale, detto tasso swap a 1 anno, viene solitamente indicato con 1Y/6M e così via. Per una struttura per scadenza dei tassi swap si può vedere il foglio *curvatassi.xls* disponibile su (2) o l'Esempio 11.2.2 di (1).

Si consideri come esempio di utilizzo del contratto IRS semplice sopra descritto il caso di un investitore che abbia investito in un coupon bond a tasso fisso, a periodicità semestrale, valore facciale C e tasso nominale annuo r . Supponiamo che l'investitore sia interessato a passare a un investimento a tasso variabile di uguale durata. Il titolo gli garantisce il pagamento di cedole pari a $C r \tau = C \frac{r}{2}$ a ogni data t_k , mentre vorrebbe ricevere $C \frac{i(t_{k-1}, t_k)}{2}$, dove $i(t_{k-1}, t_k)$ è il futuro tasso di mercato in t_{k-1} con scadenza t_k . L'investitore può certamente vendere il suo titolo e acquistarne uno a tasso variabile. Nella pratica in tal modo deve però affrontare i costi della transazione. Alternativamente può accordarsi con una controparte per scambiare le cedole che riceverà con le cedole indicizzate al tasso di mercato. Si accorda dunque con la controparte¹ che, ad ogni stacco della cedola, vengano eseguite le seguenti operazioni:

- (1) l'investitore paga alla controparte la cedola che riceve

$$C \frac{r}{2};$$

- (2) l'investitore riceve dalla controparte la cedola indicizzata

$$C \frac{i(t_{k-1}, t_k)}{2}.$$

Chiaramente basterà che le controparti si scambino la differenza

$$\frac{C}{2} [i(t_{k-1}, t_k) - r],$$

cioè il flusso definito in (1.1). Se tale differenza è positiva, ovvero se i tassi si sono alzati rispetto a r , l'investitore si gioverà dello scambio e riceverà denaro, altrimenti pagherà. Il risultato dello scambio è evidentemente quello voluto: l'investitore riceve interessi variabili e ha cambiato l'investimento al tasso fisso r con uno al tasso variabile $i(t, t + \tau)$.

Nel caso invece che il payer di fisso sia indebitato a tasso variabile, ad ogni data t_k deve pagare

$$C i(t_{k-1}, t_k) \tau.$$

Il contratto swap lo impegna a scambiare la somma in (1.1). Il risultato è di passare dal debito a tasso variabile a un debito al tasso fisso r .

Viceversa, nel caso che chi riceve il fisso abbia un investimento (un finanziamento) a tasso variabile (tasso fisso), trasformerebbe l'investimento (il finanziamento) in uno a tasso fisso (a tasso variabile).

¹Nella realtà la stipula di tale contratto è gestita da intermediari finanziari.

Un esempio tipico di utilizzo di un contratto swap è quello di un individuo o azienda che ha necessità di un finanziamento. Può facilmente accadere che riesca a ottenere condizioni migliori con un tipo di finanziamento (ad esempio a tasso fisso), mentre per varie ragioni preferisca l'altro tipo (a tasso variabile). I contratti swap offrono la soluzione del problema.

Come si è visto, il contratto consiste nello scambio di un flusso cedolare generato da un coupon bond a tasso fisso con il flusso cedolare di un coupon bond indicizzato. Se lo scambio avviene a costo nullo, il relativo tasso fisso viene detto tasso swap. Questo è il caso dei contratti swap più utilizzati sul mercato di cui si è parlato. Il tasso swap è dunque il tasso della gamba fissa per cui il valore del contratto swap è nullo. In altri termini, il tasso swap è il tasso della gamba fissa che il mercato giudica equivalente al flusso di cedole indicizzate. Nel prossimo paragrafo vedremo quale proprietà soddisfa un tasso swap e ne discuteremo l'importanza.

Un altro tipo di IRS è l'*amortizing swap*. L'*amortizing swap* è un contratto che permette di cambiare la quota interesse di un piano d'ammortamento da fissa a variabile o viceversa.

Definizione 1.2. *Amortizing swap*

Supponiamo di avere un piano di debiti residui $\{D_0, \dots, D_n\}$ sullo scadenziario $\{t_0, \dots, t_n\}$. Se denotiamo il tasso fisso r , il payer riceverà, a ogni data t_k , per $k = 1, \dots, n$, l'importo:

$$(1.3) \quad X_k = D_{k-1}[i(t_{k-1}, t_k) - r]\tau.$$

Il payer passa dunque da un piano a tasso variabile a uno a tasso fisso. Nel caso si voglia passare da un debito a tasso fisso a uno a tasso variabile, si riceverà l'opposto di (1.3). In presenza di uno spread σ , si avrà

$$(1.4) \quad X_k = D_{k-1}[i(t_{k-1}, t_k) + \sigma - r]\tau.$$

Analogamente al caso plain vanilla, viene definito tasso amortizing swap il tasso fisso per cui il valore del contratto è nullo.

2. VALUTAZIONE

La valutazione dei contratti definiti sopra si basa sul principio di non arbitraggio e sulla valutazione dei titoli a tasso fisso e dei titoli indicizzati sottostanti un contratto IRS. Distinguiamo due casi: la prima è la valutazione di un contratto prima o in coincidenza della data del suo inizio; la seconda è la valutazione di un contratto dopo la data del

suo inizio. Il primo caso viene di solito applicato alla valutazione al momento della sottoscrizione. Il secondo riguarda la valutazione di un contratto in portafoglio ovvero di un contratto già sottoscritto durante la vita di questo. La logica è la stessa, sebbene i risultati siano leggermente diversi. La divisione è fatta meramente per motivi di chiarezza. Considereremo infine la valutazione di un amortizing swap.

2.1. Prima di t_0 . Consideriamo la posizione di un payer in un contratto IRS semplice con data d'inizio t_0 . L'istante di valutazione t è un istante generico o l'istante di stipula del contratto ed è precedente alla data d'inizio, $t \leq t_0$. In un mercato perfetto tale posizione è perfettamente equivalente a una posizione lunga su un titolo indicizzato e una posizione corta su un titolo a cedola fissa con tasso nominale annuo pari a r . Ovvero si è acquistato un titolo indicizzato \mathcal{X} e venduto un titolo a tasso fisso Y con tasso nominale annuo pari a r . Per considerazioni di arbitraggio si ha che il valore di mercato $V(t, \text{IRS})$ della posizione in t è:

$$(2.1) \quad V(t, \text{IRS}) = V(t, \mathcal{X}) - V(t, Y).$$

La valutazione di un contratto swap semplice si effettua dunque a partire dalla valutazione dei coupon bond a tasso fisso e di quelli a tasso variabile. Più precisamente, sappiamo che

$$V(t, \mathcal{X}) = Cv(t, t_0).$$

Il caso, di particolare interesse, $t = t_0$ è incluso dato che $v(t_0, t_0) = 1$. Inoltre si ha

$$V(t, Y) = Cr\tau \sum_{k=1}^n v(t, t_k) + Cv(t, t_n).$$

Così $V(t, \text{IRS})$ in (2.1) si può calcolare esplicitamente come

$$(2.2) \quad V(t, \text{IRS}) = Cv(t, t_0) - [Cr\tau \sum_{k=1}^n v(t, t_k) + Cv(t, t_n)].$$

Tale formula di valutazione è valida nel caso l'istante di valutazione sia precedente alla data d'inizio o coincida con questa. L'istante di valutazione però può essere sia l'istante della stipula o un istante successivo a questa. In questo secondo caso si sta valutando un contratto già sottoscritto ovvero già in portafoglio.

2.2. Il tasso swap. Come detto, sul mercato i contratti IRS più trattati vengono stipulati a costo nullo. Il tasso di interesse fisso di un contratto IRS semplice con scadenza j anni, che ha costo nullo al momento della stipula, è detto *tasso swap* a j anni e, seguendo le notazioni del testo (1), verrà denotato \bar{p}_j . Come nel caso di un FRA, per argomentazioni di arbitraggio, ciò vincola il tasso swap². Ci mettiamo dunque nel caso in cui l'istante di valutazione coincide con la data di stipula del contratto. Poiché per definizione il prezzo del contratto swap è nullo al tasso swap, da (2.1) o (2.2) si ha

$$V(t, \mathcal{X}) = V(t, Y),$$

cioè

$$Cv(t, t_0) = C\bar{p}_j\tau \sum_{k=1}^n v(t, t_k) + Cv(t, t_n).$$

Il tasso swap \bar{p}_j relativo a un contratto swap con data d'inizio t_0 e scadenza $t_n = t_0 + j$ anni soddisfa dunque la relazione:

$$(2.3) \quad \bar{p}_j\tau \sum_{k=1}^n v(t, t_k) + v(t, t_n) = v(t, t_0)$$

Il tasso \bar{p}_j viene detto *tasso swap forward* nel caso che $t < t_0$, ovvero che la stipula avvenga in un istante precedente all'inizio del contratto. I tassi swap quotati sul mercato di cui si è parlato si riferiscono al caso in cui l'istante di stipula coincide con la data d'inizio del contratto, cioè $t = t_0$. In questo caso la (2.3) diventa:

$$(2.4) \quad \bar{p}_j\tau \sum_{k=1}^n v(t, t_k) + v(t, t_n) = 1$$

Un tasso che soddisfa la relazione (2.4) si dice *tasso di parità* (si veda (1), par. 9.4.2). Il tasso swap è dunque un tasso di parità: è il tasso nominale annuo di un titolo che ha valore di mercato pari al suo valore facciale, cioè che quota alla pari. Questa è la proprietà che rende i tassi swap dei tassi di riferimento del mercato, come discuteremo in seguito. In particolare risulta

$$\bar{p}_j = \frac{1 - v(t, t_n)}{\tau \sum_{k=1}^n v(t, t_k)}$$

²Si noti infatti che un contratto IRS può essere visto come un portafoglio di FRA, precisamente di $\text{FRA}_{t_{k-1} \times t_k}$, per $k = 1, \dots, n$, tutti con tasso FRA pari a \bar{p}_j . Ciò non sorprende se si pensa che un contratto IRS in cui ci siano solo due date d'interesse, t_0 la data d'inizio e t_1 la scadenza, e in cui la stipula avvenga in una data t precedente a t_0 , è un contratto $\text{FRA}_{t_0 \times t_1}$.

per il tasso swap e

$$\bar{p}_j = \frac{v(t, t_0) - v(t, t_n)}{\tau \sum_{k=1}^n v(t, t_k)}$$

per il tasso swap forward.

I tassi swap, in quanto tassi di parità, vengono utilizzati per misurare la struttura per scadenza dei tassi di interesse tramite il cosiddetto metodo del *bootstrapping* (si veda (1), par. 11.2.2). Questo è uno dei motivi per cui la struttura per scadenza dei tassi swap riveste una grande rilevanza operativa.

Esempio 2.1. *Si consideri un contratto forward, stipulato in t , con data di fixing t_0 e scadenza t_1 , nozionale C , in simboli un $FRA_{t_0 \times t_1}$. Al momento della stipula il costo del contratto è nullo. Denotiamo il tasso forward stabilito nel contratto con FRA . Come detto nella nota (2), tale contratto è equivalente a un contratto swap con data d'inizio t_0 e scadenza t_1 . Il valore del contratto $V(t, FRA_{t_0 \times t_1})$ in t si ottiene dalla (2.2):*

$$\begin{aligned} V(t, FRA_{t_0 \times t_1}) &= Cv(t, t_0) - [CFRA\tau v(t, t_1) + Cv(t, t_1)] \\ &= C[v(t, t_0) - v(t, t_1) - FRA\tau v(t, t_1)] \end{aligned}$$

Dato che all'istante di stipula il valore del contratto è nullo,

$$V(t, FRA_{t_0 \times t_1}) = 0,$$

si ricava

$$FRA = \frac{v(t, t_0) - v(t, t_1)}{\tau v(t, t_1)},$$

ovvero il tasso implicito già ottenuto con il Teorema dei prezzi impliciti. Il tasso forward FRA è dunque un particolare caso di tasso swap forward.

La valutazione fornita dalla (2.2) si applica anche alla seguente situazione. Consideriamo il contratto $FRA_{t_0 \times t_1}$ visto sopra in un istante s , successivo alla data di stipula t e precedente a t_0 . Il tasso forward è stato stabilito in t e il valore del contratto in s non sarà più nullo, in generale, perché sono cambiate le condizioni del mercato. Si ha che il valore del contratto $V(s, FRA_{t_0 \times t_1})$ in s è

$$\begin{aligned} V(s, FRA_{t_0 \times t_1}) &= Cv(s, t_0) - [CFRA\tau v(s, t_1) + Cv(s, t_1)] \\ &= C[v(s, t_0) - v(s, t_1) - FRA\tau v(s, t_1)]. \end{aligned}$$

Come detto, $V(s, FRA_{t_0 \times t_1}) \neq 0$ dato che

$$\begin{aligned} FRA &= \frac{v(t, t_0) - v(t, t_1)}{\tau v(t, t_1)} \\ &\neq \frac{v(s, t_0) - v(s, t_1)}{\tau v(s, t_1)} \quad (\text{in generale}). \end{aligned}$$

Esempio 2.2. *Un investitore ha in portafoglio un titolo a tasso fisso con tasso nominale annuo r , il quale risulta diverso dal tasso swap \bar{p} con scadenza la vita a scadenza del titolo. Vuole passare a tasso variabile e vorrebbe entrare come payer in un IRS plain vanilla per scambiare con una controparte il flusso*

$$C[i(t_{k-1}, t_k) - r]\tau.$$

In questo caso il valore di mercato del contratto non è nullo e si può calcolare tramite la (2.1) o la (2.2). Un altro modo equivalente di procedere è quello di scrivere il flusso dello swap $C[i(t_{k-1}, t_k) - r]\tau$ come

$$(2.5) \quad C[i(t_{k-1}, t_k) - \bar{p}]\tau + C[\bar{p} - r]\tau$$

Scambiare il flusso corrispondente alla prima parte di (2.5) ha costo nullo in t dato che il tasso variabile viene scambiato con il tasso swap, mentre la seconda parte rappresenta una cedola fissa. Si può dunque calcolare il valore del flusso cedolare dato da $C[\bar{p} - r]\tau$, noto in t , utilizzando la struttura dei tassi di mercato

$$C[\bar{p} - r]\tau \sum_{k=1}^n v(t, t_k).$$

Tale valore verrà scambiato in t tra le controparti. In tal caso si parla di up-front. Nel caso che $r < \bar{p}$ l'investitore dovrà pagare tale somma, altrimenti la riceverà. L'altra possibilità è quella di scrivere:

$$(2.6) \quad C[i(t_{k-1}, t_k) - \bar{p}]\tau = C[i(t_{k-1}, t_k) + [r - \bar{p}] - r]\tau$$

Il termine $[r - \bar{p}]$ gioca chiaramente il ruolo di uno spread (vedi la (1.2)). In tal caso le controparti possono decidere di non scambiarsi denaro in t ; infatti il costo del flusso definito nella (2.6) è nullo. L'investitore riceverà dalla controparte il flusso

$$C[i(t_{k-1}, t_k) + [r - \bar{p}]]\tau$$

e pagherà il flusso a tasso fisso

$$Cr\tau,$$

trasformando il suo titolo in un titolo a tasso variabile con spread $\sigma = [r - \bar{p}]$. Tale spread è negativo se, al momento dell'accordo, il tasso swap è maggiore del tasso dell'investimento, altrimenti è positivo.

2.3. Dopo t_0 . Questa è la tipica situazione in cui si trova un investitore che è entrato in un contratto IRS in passato; lo detiene quindi in portafoglio. Vuole ora valutare il contratto che ha in portafoglio, ad esempio per motivi di bilancio o per rivendere il contratto. Il tasso fisso del contratto è stato stabilito al momento della stipula. Si noti che, in questo caso, anche se il costo iniziale per entrare nel contratto fosse stato nullo (cioè nel caso che il tasso fisso r fosse il tasso swap in vigore sul mercato all'istante della stipula), in generale il valore del contratto ora non sarà più nullo, date le mutate condizioni del mercato. Ha senso dunque, in un istante successivo alla stipula, chiedersi quanto vale la propria posizione. In questo caso si ha che $t_0 < t \leq t_1$. La data t_0 si può pensare come la data in cui è avvenuto l'ultimo scambio e in cui è stato fissato l'importo del prossimo, da liquidare in t_1 . La somma da scambiare in t_1 è nota in t , pari a

$$C[i(t_0, t_1) - r]\tau.$$

Consideriamo anche qui la posizione di un payer. La sua posizione è ancora equivalente ad una posizione lunga su un titolo indicizzato \mathcal{X} e una posizione corta su un titolo a tasso fisso Y . Il valore di mercato della posizione si può ancora calcolare come

$$V(t, \text{IRS}) = V(t, \mathcal{X}) - V(t, Y).$$

La differenza ora è che la prima cedola del titolo indicizzato \mathcal{X} è nota, pari a $Ci(t_0, t_1)\tau$ e pertanto

$$V(t, \mathcal{X}) = (C + Ci(t_0, t_1)\tau)v(t, t_1).$$

Così, l'analogo della (2.2) è

$$(2.7) \quad V(t, \text{IRS}) = C(1 + i(t_0, t_1)\tau)v(t, t_1) - [Cr\tau \sum_{k=1}^n v(t, t_k) + Cv(t, t_n)].$$

Come detto, tale valore non sarà, in generale, nullo e può essere positivo o negativo. Un valore positivo vuol dire che il contratto potrebbe essere venduto generando un guadagno, negativo che per uscire dal contratto bisogna pagare. Il lettore attento avrà notato che, nel caso si valuti il contratto nell'istante di scambio, $t = t_1$, la (2.7) appare formalmente identica alla (2.2) nel caso $t = t_0$. La differenza sostanziale sta nel fatto che, se all'istante della stipula si può negoziare il tasso fisso in modo che il contratto abbia costo nullo, viene cioè fissato il tasso swap, nel caso in esame il tasso è già stato stabilito e non si può modificare. La (2.7) darà comunque valori diversi da zero, in generale.

2.4. Amortizing swap. Nel caso dell'amortizing swap tratteremo solamente il caso in cui l'istante di valutazione t coincida con la data d'inizio del contratto, $t = t_0$. Il lettore intraprendente può analizzare i casi $t < t_0$ e $t_0 < t \leq t_1$.

Consideriamo l'amortizing swap definito in (1.2). Sia $\{C_1, \dots, C_n\}$ il flusso di quote capitali sullo scadenziario $\{t_1, \dots, t_n\}$. Analogamente al caso del plain vanilla, il valore in $t = t_0$ del mutuo indicizzato è $V(t) = D_0$, mentre quello del mutuo a tasso fisso è

$$\sum_{k=1}^n C_k v(t, t_k) + r\tau \sum_{k=1}^n D_{k-1} v(t, t_k).$$

Il valore dell'amortizing swap si ottiene come differenza.

Come detto, il tasso amortizing swap è quel tasso per cui il valore del contratto sia nullo. Il tasso amortizing swap \bar{p}_a soddisfa dunque una relazione di parità analoga a (2.4):

$$(2.8) \quad D_0 = \sum_{k=1}^n C_k v(t, t_k) + \bar{p}_a \tau \sum_{k=1}^n D_{k-1} v(t, t_k),$$

da cui

$$\bar{p}_a = \frac{D_0 - \sum_{k=1}^n C_k v(t, t_k)}{\tau \sum_{k=1}^n D_{k-1} v(t, t_k)}.$$

Si noti che il tasso amortizing swap dipende non solo dalla scadenza del mutuo e dalla frequenza delle rate, ma anche dal piano di rimborso. Ad esempio, nel caso di preammortamento in cui $D_k = D_0$ per $k = 0, 1, \dots, n-1$ e $D_n = 0$, si ottiene un tasso swap plain vanilla.

Esempio 2.3. *Un ente locale è indebitato a tasso fisso con la Cassa Depositi e Prestiti al tasso nominale annuo r . Si supponga che r sia diverso dal tasso amortizing swap \bar{p}_a corrispondente alla struttura del piano d'ammortamento. Ad esempio quello che accade nei primi anni del 2000 è che $r > \bar{p}_a$. Considerato l'abbassamento dei tassi, l'ente decide di passare ad un debito a tasso variabile e si rivolge ad un istituto bancario per ristrutturare il suo debito. L'istituto gli propone di entrare come receiver in un amortizing IRS per scambiare il flusso*

$$D_{k-1}[r - i(t_{k-1}, t_k)]\tau.$$

In questo caso il valore di mercato del contratto non è nullo. Infatti il flusso si può scrivere come

$$(2.9) \quad D_{k-1}[r - i(t_{k-1}, t_k)]\tau = D_{k-1}[\bar{p}_a - i(t_{k-1}, t_k)]\tau + D_{k-1}[r - \bar{p}_a]\tau,$$

per $k = 1, \dots, n$. Scambiare il flusso relativo alla prima parte di (2.9) ha costo nullo in t , mentre la seconda parte rappresenta un flusso a tasso fisso. Come nell'esempio (2.2), una possibilità è quella di calcolare il valore di mercato del flusso

$$D_{k-1}[r - \bar{p}_a]\tau,$$

noto in t . Tale valore verrà scambiato in t tra le controparti. Nel caso che $r > \bar{p}_a$ l'ente dovrà pagare tale somma, altrimenti la riceverà. Spesso nella pratica si preferisce non scambiare denaro al momento della stipula. Si scrive dunque

$$(2.10) \quad D_{k-1}[\bar{p}_a - i(t_{k-1}, t_k)]\tau = D_{k-1}[r - (i(t_{k-1}, t_k) + [r - \bar{p}_a])]\tau$$

Il termine $[r - \bar{p}_a]$ gioca di nuovo il ruolo di uno spread (si veda la (1.4)). In tal caso le controparti possono decidere di non scambiarsi denaro in t dato che il costo del flusso definito nella (2.10) è nullo. L'ente pagherà alla controparte il flusso

$$D_{k-1}[i(t_{k-1}, t_k) + [r - \bar{p}_a]]\tau,$$

trasformando il suo mutuo in un mutuo a tasso variabile con spread $\sigma = [r - \bar{p}_a]$. Tale spread σ sarà positivo se, al momento dell'accordo, il tasso del finanziamento è maggiore del tasso amortizing swap, altrimenti sarà negativo.

Nella pratica operativa avviene spesso che l'istituto bancario che propone all'ente la ristrutturazione aggiunga a σ un ulteriore spread come commissione che dipende dall'affidabilità creditizia dell'ente.

2.5. Tassi swap come tassi di riferimento. I tassi swap sono i tassi di riferimento per i titoli a cedola fissa. Ciò è di nuovo grazie alla proprietà (2.4). Un ente che voglia emettere un titolo a cedola fissa con una certa scadenza lo emetterà con tasso nominale annuo pari al tasso swap dell'IRS plain vanilla della stessa scadenza e come valore di riferimento per il prezzo considererà il valore di parità. In tal modo si assicura che il prezzo di emissione del titolo sia in linea con il valore di mercato. Potrà poi aggiungere uno spread che dipenderà prevalentemente dalla sua affidabilità come emittente.

I tassi swap sono altresì i tassi di riferimento per i mutui a tasso fisso (si veda (3)). Un istituto bancario che emette un mutuo a tasso fisso fa riferimento al tasso swap della scadenza desiderata. In questa maniera si assicura che il valore di mercato del mutuo sia, *circa*, pari al capitale prestato. Circa perché, a essere precisi, si dovrebbe far riferimento al tasso amortizing swap corrispondente alle caratteristiche del mutuo, come si vede dalla (2.8). A tale tasso gli istituti aggiungono uno spread che varia tra l'1% e il 3% e che rappresenta un guadagno,

dato che in questo modo il valore di mercato del mutuo sarà superiore al prestito erogato. Lo spread rappresenta altresì un premio per il rischio d'insolvenza e, in quanto tale, dipende dall'affidabilità della controparte.

Per approfondimenti e applicazioni sui contratti swap si veda la cartella excel *ttv.xls* disponibile su (2).

RIFERIMENTI

- (1) G. Castellani, M. De Felice, F. Moriconi, Manuale di finanza, vol I. Tassi d'interesse. Mutui e obbligazioni, 2005, il Mulino.
- (2) <http://www.unipg.it/angelini/matfin.htm>
- (3) <http://www.casa24.ilsole24ore.com>

SEZIONE DI FINANZA MATEMATICA, DIPARTIMENTO DI ECONOMIA, FINANZA
E STATISTICA, UNIVERSITÀ DI PERUGIA
E-mail address: angelini@unipg.it